УДК 669.18.046.517

В. И. Веревкин, С. В. Веревкин

ОПИСАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПРОДУВКЕ СТАЛИ В КОВШЕ

Для описания гидродинамических и тепловых процессов в ковше при продувке стали аргоном разработана математическая модель конвективного теплопереноса в приближении Буссинеска. Дается постановка задачи такого описания, перевод модели в безразмерную критериальную форму в дивергентном представлении в виде (Θ, ω, Ψ)*-системы.*

For describe the hydrodynamic and thermal processes in the ladle in the time of blowing argon Steel developed a mathematical model of convective heat transfer in the Boussinesq approximation. We give a statement of the problem of this description, the translation model in dimensionless criterial form divergent representation in the form (Θ, ω, Ψ)-system.

Ключевые слова: конвективный теплоперенос, уравнение переноса вихря, уравнение переноса тепла, уравнение Пуассона для функции тока, дивергентное представление модели в виде (Θ, ω, Ψ)-системы, краевые условия задачи.

Key words: convective heat transfer, the vortex transport equation, heat transfer equation, Poisson equation for the stream function, divergent representation of the model in the form of (*Θ, ω, Ψ*)-system, boundary conditions of the problem.

Анализ гидродинамических и тепловых процессов в ковше при различных режимах внепечной обработки стали позволяет оптимизировать существующую технологию продувки стали аргоном. Использование аппарата корреляционно-регрессионного анализа для описания вход-выходных зависимостей процесса продувки расплава в ковше инертным газом не позволяет получить целостного представления о характере, механизме внепечной обработки. В то же время такое представление можно сформировать на основе анализа поведения расплава, воспроизводимого на уровне физических, либо универсальных гидродинамических математических моделей. Последнее предпочтительнее, поскольку математические модели легко интегрируются с автоматизированными системами управления (АСУ), не требуют наличия специальной установки, сложной в изготовлении и в использовании.

Исследование теплообмена расплава в ковше усложняется тем, что необходимо учитывать влияние на теплообмен перемещения теплоносителя. Поскольку вдувание газа и порошка в установке продувки стали аргоном (УПСА) является основной внешней силой, определяющей конвективное перемешивание среды, то требуется разработать математическую модель тепловой гидродинамики расплава в условиях вынужденной конвекции.

Модель может быть представлена в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных.

Исследуемая среда считается в принятом приближении несжимаемой, а ее характеристики — постоянными и не зависящими от температуры. В приближении Буссинеска система уравнений конвективного теплопереноса может быть представлена в виде [1]

$$\begin{gathered}\frac{\partial \bar{\vartheta}_p}{\partial \bar{\vartheta}_p}+(\bar{\vartheta}_p\nabla)\bar{\vartheta}_p=-\frac{1}{\rho}\nabla P+\nu\nabla^2\bar{\vartheta}_p,\\ \operatorname{div}\bar{\vartheta}_p=0,\\ \frac{\partial T}{\partial t_p}+\bar{\vartheta}_p\nabla T=a\nabla^2 T,\end{gathered} \tag{1}$$

где $\bar{\vartheta}_p$ — вектор скорости движения расплава; t_p – время; T — температура расплава; a — коэффициент температуропроводности расплава; ν — кинематический коэффициент вязкости расплава; ∇ — оператор Гамильтона; ∇^2 — оператор Лапласа; ρ — плотность расплава; P — давление в расплаве.

Уравнения (1) записаны в размерной форме. Для перехода к удобному для вычислений безразмерному виду приняты масштабы: m_t — времени; m_x — расстояния; m_v — скорости; m_T — температуры.

С помощью соотношений

$$\begin{gathered}t_p=m_t t,\\ \bar{x}_p=m_x\bar{x},\\ \bar{\vartheta}_p=m_\vartheta\bar{\vartheta},\\ T=m_T\Theta+T_{\min}\end{gathered}; \tag{2}$$

введены безразмерные переменные: $t, \bar{x}, \bar{\vartheta}, \Theta$.

Подставим уравнение (2) в (1) и проведем группировку их членов:

$$\begin{gathered}\frac{m_\vartheta}{m_t}\frac{\partial\bar{\vartheta}}{\partial t}+\frac{m_\vartheta^2}{m_x}(\bar{\vartheta}\nabla)\bar{\vartheta}=-\frac{1}{\rho}\frac{\nabla P}{m_x}+\nu\frac{m_\vartheta}{m_x^2}\nabla^2\bar{\vartheta},\\ \frac{m_\vartheta}{m_x}\operatorname{div}\bar{\vartheta}=0,\\ \frac{m_T}{m_t}\frac{\partial\Theta}{\partial t}+\frac{m_\vartheta}{m_x}m_T\bar{\vartheta}\nabla\Theta=a\frac{m_T}{m_x^2}\nabla^2\Theta;\end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered}\frac{m_x}{m_\vartheta m_t}\frac{\partial\bar{\vartheta}}{\partial t}+(\bar{\vartheta}\nabla)\bar{\vartheta}=-\frac{1}{\rho}\frac{\nabla P}{m_\partial^2}+\frac{\nu}{m_\vartheta m_x}\nabla^2\bar{\vartheta},\\ \operatorname{div}\bar{\vartheta}=0,\\ \frac{m_x}{m_\vartheta m_t}\frac{\partial\Theta}{\partial t}+\bar{\vartheta}\nabla\Theta=\frac{a}{m_\vartheta m_x}\nabla^2\Theta.\end{gathered} \tag{4}$$

Зададимся

$$S_h = \frac{m_x}{m_\vartheta m_t} = 1 \text{ или } m_t = \frac{m_x}{m_\vartheta}. \quad (5)$$

Для этого масштабы m_x и m_ϑ выбираем, а масштаб m_t находим по соотношению (5).

Обозначим

$$\frac{\nu}{m_\vartheta m_x} = \mathrm{Re}^{-1},$$

$$\frac{a}{m_x m_\vartheta} = \frac{\nu}{m_x m_\vartheta}\frac{a}{\nu} = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} = \frac{1}{\mathrm{Pe}}, \quad (6)$$

$$P' = \frac{P}{m_\vartheta^2}.$$

Подставив выражения (6) в систему уравнений (4), приведем систему уравнений (1) к безразмерному виду:

$$\frac{\partial\bar\vartheta}{\partial t} + (\bar\vartheta\nabla)\bar\vartheta = -\frac{1}{\rho}\nabla P' + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\bar\vartheta,$$

$$\mathrm{div}\,\bar\vartheta = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} + \bar\vartheta\nabla\Theta = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\nabla^2\Theta,$$

где $S_h = \frac{m_x}{m_\vartheta m_t} = 1$ — число Струхала; $\mathrm{Re} = \frac{m_\vartheta m_x}{\nu}$ — число Рейнольдса; $\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}$ — число Прандтля; $P' = \frac{m_x}{m_v^2}P$ — безразмерное давление; $\mathrm{Pe} = \mathrm{RePr}$ — число Пекле.

Преобразуем систему уравнений (7) в дивергентном представлении в (Θ, ω, ψ) -систему [1; 2]:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial\omega}{\partial z} - \vartheta\omega\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\,\mathrm{Re}}\frac{\partial(r\omega)}{\partial r} - u\omega\right), \quad (8)$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial\Theta}{\partial z} - \vartheta\Theta\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial\Theta}{\partial r} - u\Theta r\right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) = -\omega r, \quad (10)$$

где (8) — уравнение переноса вихря; (9) — уравнение переноса тепла; (10) — уравнение Пуассона для функции тока; ψ — функция тока, связанная с компонентами скорости соотношениями

$$u = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad \vartheta = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r},$$

где u и ϑ — проекции скорости движения расплава на оси r и z;

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial\vartheta}{\partial r} \text{ —}$$

функция вихря скорости.

Уравнения (8)—(10) записаны в безразмерном виде в цилиндрической системе координат. Предполагается, что краевые условия задачи соответствуют аксиальной симметрии температуры, скорости и давления и исключают азимутальное движение расплава.

При численном решении системы уравнений (8)—(10) добавляются краевые условия.

Для искомых функций и независимых переменных при математическом моделировании тепловых и гидродинамических процессов в стальной ванне при продувке расплава в ковше сверху выбраны следующие масштабы: за единицу длины — характерный размер, радиус металлической ванны R, за единицу скорости — характерная скорость движения расплава вдоль фурмы под действием всплывающих газовых пузырей

$$\vartheta_{\text{‰}} = 0,9\vartheta_{<}^{0,4}, \tag{11}$$

где $\vartheta_{<}$ — приведенная скорость движения газа [3].

Исходя из соотношения

$$\frac{m_x}{m_\vartheta m_t} = 1,$$

за единицу времени выбрана величина

$$m_t = \frac{m_x}{m_\vartheta} = \frac{R}{\vartheta_{\text{‰}}},$$

температуры (независимый масштаб) —

$$m_t = T_{\max} - T_{\min},$$

где $T_{\min}$, $T_{\max}$ — минимально и максимально возможная температура стали.

$$\mathrm{Re} = \frac{m_\vartheta m_x}{\nu} = \frac{\vartheta_{\text{‰}} R}{\nu},$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a},$$

где ν, a — кинематическая вязкость и коэффициент температуропроводности жидкой стали.

Начало координат располагается в центре дна металлической ванны. Ось аппликат z направлена вертикально вверх, ось r — радиально.

Поскольку стальная ванна обладает свойством аксиальной симметрии, рассматриваем одну половину центрального сечения ванны. Высота шлакового покрытия в ковше оперативно не контролируется. Поэтому использован косвенный учет влияния шлака на гидродинамику жидкой стали за счет уменьшения коэффициента пропорциональности выражения (11).

Поскольку диаметр фурмы много меньше R, им пренебрегаем. К системе уравнений (8)—(10) добавляются следующие граничные условия. Для скоростей движения расплава на всей границе сталь-фурма, сталь-боковая стенка ковша при $r = 1$, сталь-днище ковша при $0 \leqslant r \leqslant 1$ задается условие прилипания $u = \vartheta = 0$; в расплаве на расстоянии Δr от оси симметрии $\vartheta = \vartheta_{‰}$ (в направлении оси z). На свободной поверхности расплава $\vartheta = \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ при $z = H$ (уровень металла в ковше), на оси симметрии $u = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} = 0$ при $r = 0$.

В соответствии с граничными условиями по скорости для функции тока на границе сталь — днище ковша задается условие $\psi = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$ при $z = 0$; на границе сталь — боковая стенка ковша при $r = 1$ и на границе сталь—фурма при $r = 0$ условие $\psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0$ при $r = 1$ и на свободной поверхности $\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0$ при $z = \frac{H}{R}$; на оси симметрии $\psi = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\right) = 0$ при $r = 0$.

Для функции вихря скорости на оси симметрии при $r = 0$ на свободной поверхности при $z = \frac{H}{R}$ — $\omega = 0$, на твердых границах — по разностному аналогу уравнения Пуассона на основе методики, предложенной В. Л. Грязновым и В. И. Полежаевым [4], суть которой заключается в обеспечении выполнения граничного условия для функции тока на каждом временном (итерационном) шаге. Учитывая, что вихрь ω нужно знать для определения ψ, а далее через ψ определяются u, ϑ и Θ, способ направлен сразу на решение главной задачи: нахождение ψ. Достигается это многократной (итерационной) корректировкой значений функции тока ψ в соответствие с исходными условиями в точках границы уменьшенной области — в соседнем слое разностной сетки, отстоящим от границы на расстоянии в один шаг сетки. Если во время итераций ψ практически перестает изменяться, то итерационный процесс считается законченным.

Для температуры на границе сталь — днище задается условие второго рода при $z = 0$:

$$\left.\frac{\partial \Theta}{\partial z}\right|_{z=0} = q_{\text{Дн}},$$

на границе сталь — боковая стенка — условие второго рода при $r = 1$:

$$-\left.\frac{\partial \Theta}{\partial r}\right|_{r=1} = q_{\text{Бс}},$$

на свободной поверхности — условие второго рода:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} = q_{\text{Сш}},$$

при $z = \frac{H}{R}$ на оси симметрии и на границе сталь — фурма при $r = 0$ — условие второго рода: $\frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0$, где $q_{\text{Дн}}$, $q_{\text{Бс}}$, $q_{\text{Сш}}$ — безразмерные аналоги плотностей тепловых потоков через днище, боковую стенку и через слой шлака.

Система уравнений (8)—(10) решается численно с использованием метода конечных разностей [2]. При этом исходные дифференциальные уравнения заменяются их разностными аналогами. Используется монотонная консервативная аппроксимация второго порядка точности. В начальный момент времени на внутренних ячейках области разбиения u, ϑ, ψ, ω принимаются равными нулю.

От начального вида распределения температуры жидкой стали по ячейкам зависит динамика изменения температуры. Если априори известен начальный характер распределения температуры расплава, то можно последовательно проследить развитие процессов конвективного теплообмена по ходу продувки.

Список литературы

1. *Берковский Б. М., Ноготов Е. Ф.* Разностные методы исследования задач теплообмена. Минск, 1976.
2. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М., 1983.
3. *Коган А. Е.* Внепечные и ковшевые процессы. Новокузнецк, 1990.
4. *Грязнов В. Л., Полежаев В. И.* Исследование некоторых разностных схем аппроксимацией граничных условий для численного решения уравнений тепловой гравитационной конвекции. М., 1974. № 40.

Об авторах

Валерий Иванович Веревкин — д-р. техн. наук, проф., Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота Калининградского государственного технического университета, Калининград.
E-mail: verevkinvi@mail.ru

Сергей Валерьевич Веревкин — канд техн. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. Канта, Калининград.
E-mail: verevkinserg@mail.ru

About the authors

Prof. Valery Veryovkin — Baltic Fishing Fleet State Academy, Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad.
E-mail: verevkinvi@mail.ru

Dr Sergey Veryovkin — Ass. Prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: verevkinserg@mail.ru